

# 求解带平衡约束圆形 Packing 问题的 快速局部搜索算法

刘 建 黄文奇

(华中科技大学计算机科学与技术学院, 武汉 430074)

**摘 要** 带平衡性约束的圆集在圆容器内的布局优化问题,属于 NP 困难问题。针对此问题,提出了一种快速的局部搜索算法。该算法首先构造出等价的物理模型,定义系统的能量函数,再利用最速下降法对能量函数进行优化,从而间接得到问题的近似解。在局部搜索算法中引入加速策略,提高了计算效率。最后通过两个算例的数值计算,验证了该方法的可行性和有效性。

**关键词** 约束布局问题 NP 困难 格局 局部搜索算法 加速策略

中图法分类号:TP391 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)05-0991-07

## A Fast Local Search Algorithm for Solving Circles Packing Problem with Constraints of Equilibrium

LIU Jian, HUANG Wen-qi

(College of Computer Science and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract** The optimal layout problem of circle group in a circular container with performance constraints of equilibrium belong to NP-hard problem. A fast local search algorithm (LS) is presented for solving this problem. Firstly, the method constructs an equivalent physical model and defines the energy function of the system. Then the energy function is optimized by the steepest descent method and the approximation solution is obtained indirectly. In order to improve the computational efficiency, the accelerating strategy is added to the LS algorithm. Two examples are computed numerically, and the results of the experiment show the feasibility and efficiency of the approach.

**Keywords** constrained layout problem, NP-hard, configuration, local search algorithm, accelerating strategy

### 1 引 言

布局问题就是寻找给定待置物的一种合理放置方案,使其所占空间最小。许多工业领域经常会碰到此类问题,比如电路板设计,玻璃、金属的切割,集装箱装箱等等。通常情况下,求解布局问题仅要求布局物体在空间位置上不相互冲突即可,还有一类更复杂的问题,布局时要考虑诸如惯性、平衡性、稳定性等性能约束,称之为约束布局问题。本文研究

的带平衡约束的 2 维不等圆布局问题,就是其中之一。

布局问题在理论上等价于二次指派问题,属于典型的 NP 困难问题,很难找到具有多项式复杂性的精确求解算法<sup>[1]</sup>。人们普遍采用启发式的方法求得问题的近似解,但主要是针对布置物为 2 维矩形或者 3 维立方体的情形,讨论圆形、特别是不等圆布局问题的文献并不多见。文献 [2] 采用离散化的方法处理相同形状、不同大小物体的布局问题,在理论上证明了该类问题是

基金项目:国家自然科学基金项目(10471051);国家重点基础研究发展计划(973)项目(2004CB318000)

收稿日期:2006-01-29;改回日期:2007-01-29

第一作者简介:刘 建(1978 ~ ),男,华中科技大学计算机学院软件与理论专业博士研究生。从事算法设计与分析的研究。E-mail: packlj@163.com

NP 困难的。文献[3]研究不等圆在矩形内的布局,基于若干布置规则给出了一种启发式算法。文献[4]研究单位圆在圆形容容器内的布局问题。文献[5]、[6]提出用拟物、拟人的方法求解无性能约束的不等圆 packing 问题。上述文献讨论的都是不带性能约束的布局问题。文献[7]以人造卫星舱内的布局设计为背景,提出了带平衡约束的圆形布局问题。文献[8]~[11]采用各种改进的群体智能算法分别对该问题进行布局优化,取得了一定的效果。本文将此类约束布局问题,转换为等价的物理模型,然后通过改进的局部搜索算法进行求解。

## 2 问题的描述

在人造卫星舱中,有  $n$  个具有均匀厚度的圆形部件,需要安装在一个以角速度  $\omega$  旋转的圆形工作台上。要求给出一种布局方案,使得圆形部件尽可能集中于工作台中间,并且满足如下约束条件:任何两个部件之间无干涉;部件的任何部分不能突出容器之外;由旋转造成的系统动不平衡量不超过某一给定的允许值  $[\delta_j]$ 。对该问题进行适当简化,即为带平衡约束的 2 维圆形布局问题,用形式化语言可以描述如下。

集合  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  表示要被置入圆形容器的圆集,第  $i$  ( $i \in I$ ) 个圆的质量和半径分别为  $m_i$ 、 $r_i$ ,圆形容器的半径为  $R$ ,容器中心定为平面直角坐标系的原点,如图 1 所示。一个  $2n$  维向量  $\mathbf{X} = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)^T \in \mathbf{R}^{2n}$  唯一确定某一布局方案,称为格局,其中  $(x_i, y_i)$  是圆  $i$  的中心坐标。外包络圆半

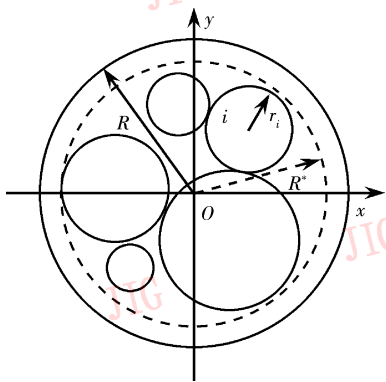


图 1 布局示意图

Fig. 1 The layout sketch map

径  $R^*$  表示待置圆的集中程度。那么  $\mathbf{X}$  成为合格格局必须满足的约束条件表达如下:

(1) 两圆之间的不干涉条件

$$\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - r_i - r_j \geq 0, \quad \forall i, j \in I \text{ 且 } i \neq j \quad (1)$$

(2) 圆与容器壁的不干涉条件

$$R - r_i - \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (2)$$

(3) 动不平衡条件

$$\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n m_i \omega^2 x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i \omega^2 y_i\right)^2} - [\delta_j] \leq 0 \quad (3)$$

最小化的目标函数为

$$f(\mathbf{X}) = R^* = \max_{i \in I} \{ \sqrt{x_i^2 + y_i^2} + r_i \} \quad (4)$$

简而言之,上述问题即是给定的若干圆在平衡性约束下互不干涉地放入一个大的圆形容器中,问如何放置使得圆容器的半径最小。这里的圆形容器是指图 1 中虚线代表的外包络圆。

## 3 基于等价物理模型的局部搜索算法

处理此类约束布局问题的直接方法是:将约束条件(1)~(3)作为惩罚项加入目标函数式(4),组成适值函数,再利用某些全局优化方法对其进行优化。这里则从另一角度考虑问题,布局时先给定圆形容器的半径,试着把待置圆放进容器,然后按照是否可以合法放置全部圆形,相应地减小或者加大容器的半径,再重新试探布局,这样就可以逐步逼近问题的最优解。这种思路基于如下等价性定理。

求解最小容器的问题逻辑上等价于如下的判定问题:一个已知的圆形容器中希望能放下给定的若干圆形,并且满足空间约束和动不平衡约束,如果客观上放不下,则要求作出放不下的判断;如果客观上放得下,则要求给出具体的放置方案。

事实上,如果能够计算出可以合法放入全部圆形的最小容器,那么比较给定容器和最小容器的大小就可以判断是否放得下。如果对任何大小的容器都能够作出正确判断,则按以下思路求最小半径值。假设有一个半径为  $R_2$  的圆形容器足够大,可以按要求放置给定的圆形,故最小容器的半径  $R_{\min} \in (R_1, R_2]$ ,  $R_1 = 0$ 。判断半径为  $(R_1 + R_2)/2$  的圆形容器是否能合法放置给定圆集,若能够放置则  $R_2 \leftarrow$

$(R_1 + R_2) / 2$ , 否则  $R_1 \leftarrow (R_1 + R_2) / 2$ 。对于新的区间, 仍然有  $R_{\min} \in (R_1, R_2]$ , 并且区间长度减半。重复此过程, 可以使  $R_1, R_2$  均超线性收敛于最小半径值  $R_{\min}$ 。

因此, 下面的讨论总是针对判定问题。文献 [6] 构造了圆形 packing 问题的基本物理模型, 它将  $n$  个待置圆想象为光滑的弹性实体, 将容器想象为一个圆形空腔, 其四周充满光滑弹性物。由于各个弹性物体都有要恢复自己形状大小的趋势, 存在干涉的物体就具有挤压弹性势能。在此基础上, 为了布局时满足动不平衡约束, 引入系统的平衡势能。

将周界圆及其外部编号为第 0 个物体,  $U_{cl}$  表示第 0 个物体和  $n$  个圆形构成的系统中两两之间弹性嵌入势能之和,  $U_{eq}$  表示系统的平衡势能。系统势能  $U$  是弹性势能和平衡势能之和。

当前格局  $\mathbf{X} = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)^T$  中, 圆  $i$  与容器之间的嵌入深度为

$$d_{0i} = \begin{cases} \sqrt{x_i^2 + y_i^2} + r_i - R & \sqrt{x_i^2 + y_i^2} + r_i > R \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

两个不同圆  $i, j$  之间的嵌入深度为

$$\begin{cases} \text{若 } \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} < r_i + r_j, \text{ 则} \\ d_{i,j} = r_i + r_j - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \\ \text{否则} \\ d_{i,j} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

根据弹性力学, 两光滑弹性物体之间的挤压弹性势能正比于它们之间嵌入深度的平方, 故系统中物体间挤压弹性势能为 (假设它们为同一介质, 省去弹性系数):

$$u_{i,j} = d_{i,j}^2, i, j = 0, 1, 2, \dots, n, i \neq j \quad (7)$$

系统的平衡势能为

$$\begin{cases} \text{若 } \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n m_i \omega^2 x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i \omega^2 y_i\right)^2} - [\delta_j] \leq 0, \text{ 则} \\ U_{eq} = 0, \\ \text{否则} \\ U_{eq} = K \cdot \left( \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n m_i \omega^2 x_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n m_i \omega^2 y_i\right)^2} - [\delta_j] \right) \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $K$  为平衡势能相对系数。显然, 当系统的动不平衡量满足约束的时候,  $U_{eq} = 0$ 。

整个系统的势能  $U$  为

$$U = U_{eq} + U_{cl} = U_{eq} + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n u_{i,j} \quad (9)$$

由式(5)~式(9)可知, 约束布局问题的此种物理模型满足以下性质:

(1) 系统势能  $U$  是系统当前格局  $\mathbf{X} = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)^T$  的已知函数, 即  $U = U(\mathbf{X}) = U(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ ;

(2)  $U(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$  定义于整个  $\mathbf{R}^{2n}$  上, 连续、分段光滑, 并且  $U(\mathbf{X}) \geq 0, \forall \mathbf{X} \in \mathbf{R}^{2n}$ ;

(3) 当且仅当  $U(\mathbf{X}) = 0$  时,  $\mathbf{X}$  为满足不干涉条件、动不平衡条件的合法格局。

求解判定问题即为系统能量函数的优化问题。分析优化结果: 如果存在  $\mathbf{X}_1 \in \mathbf{R}^{2n}$  使  $U(\mathbf{X}_1)$  具有最小值 0, 则当前圆形容器可以合法容纳给定的圆集,  $\mathbf{X}_1$  就是其中一种布局方案; 如果函数的最小值大于 0, 则认为当前容器放不下给定的圆集, 应加大容器半径重新布局。可以说, 上述能量模型的建立在一定程度上降低了优化布局问题的难度。

作为一种典型的局部搜索算法 (local search, LS), 最速下降法适合处理类似式(9)这种具有光滑性质的无约束优化问题。因此采用最速下降法对能量函数  $U$  进行优化。其中, 迭代步长取固定值, 这就避免了迭代过程中的 1 维搜索。具体搜索步骤如下:

(1) 在以原点为中心, 半径为  $R$  的圆盘内随机给出  $n$  个点  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , 作为  $n$  个待置圆形的圆心, 由此确定初始格局  $\mathbf{X}_0$ 。

置迭代步数  $k = 0$ , 误差允许值  $\varepsilon = 10^{-10}$ 。

(2) 计算下降方向  $\mathbf{d}_k = -\nabla U(\mathbf{X}_k)$ 。如果  $\|\mathbf{d}_k\| \leq \varepsilon$ , 则停止迭代, 转步骤 5。

(3) 步长因子  $\alpha$  设为固定值:  $\alpha = 0.001$ 。

(4) 令  $\mathbf{X}_{k+1} \leftarrow \mathbf{X}_k + \alpha \mathbf{d}_k, k \leftarrow k + 1$ , 转步骤 2。

(5) 若  $U(\mathbf{X}_k) < \varepsilon$ , 则成功停机; 否则转步骤 1。

利用最速下降法对  $U$  进行局部搜索时, 会收敛于局部极小值点。这里的所有局部极小值点可以分为两种类型:  $U$  值为 0 的零值极值点和  $U > 0$  的非零极值点。如果局部搜索得到零值极值点, 则自动停机; 如果得到非零极值点, 并不能据此作出问题无解的判断, 因为很有可能  $U$  在其全局最小值点上为零。针对这种情况, 算法中采用的方案是重新随机初始布局, 进行新一轮的局部搜索 (Multi-Start)。实际计算中, 在规定的时间内经过多次局部搜索未能

自动停机,就作出放不下的判断,不论客观上问题是否有解。

### 4 加速策略

实算表明采用 Multi-Start 方案的局部搜索算法,其计算效率是比较低的。文献[5]提出了压力解除策略和资源转让策略来提高效率,其基本思路是,每当局部搜索到达非零极值点,并不重新随机初始布局,而是以当前极值点为基础,构造出具有更好前景的初始状态,开始新的搜索。由于存在动不平衡量的约束,此种方案在处理约束布局问题时存在一定的局限性。为了改进局部搜索算法,提出一种“提前终止”的加速策略。

“提前终止”是指迭代过程中,在到达局部极值点之前就对当前搜索将会陷入哪种形式的局部极值点进行分析并加以判断。如果预计此次搜索会到达非零极值点,那么就认为这次搜索是“无希望”的,立即终止迭代,重新随机初始布局,开始新的局部搜索。该方法事实上是省略掉迭代后期的精确化过程。

如何进行判断呢?采取一种简单有效的启发式方法。试想,如果当前搜索有希望到达零值极值点,那么经过若干步的迭代以后,  $U$  值必定接近于零。因此可以给定一个二元组  $(k^*, u^*)$  作为判定准则,这里  $k^*$  为正整数,  $u^*$  为较小的正实数。它表示迭代进行到第  $k^*$  步,如果此时  $U$  值大于  $u^*$ ,则迭代提前终止,否则继续进行。添加此加速策略,只需要将上一节搜索算法的第(4)步改为:

令  $X_{k+1} \leftarrow X_k + \alpha d_k, k \leftarrow k + 1$ 。若  $k = k^*$ , 且  $U(X_k) > u^*$ , 则转步骤 1, 否则转步骤 2;

$k^*, u^*$  的取值需要在具体算例中进行调试。为了说明如何对参数  $k^*, u^*$  合理取值,引用文献[8]的一个已知最优解的算例。在半径 130mm 的大圆容器中布置 5 个小圆,  $r_1 = 20.71\text{mm}, r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 50\text{mm}, m_i = r_i, \omega = 1.0\text{rad/s}$ 。最优布局如图 2 所示,外包络圆半径为 120.71mm。随机产生 A、B 两组,每组各 500 个初始格局,A 组中是利用无加速策略 LS 算法可以成功停机的初始格局,B 组是不能成功停机的初始格局。按照带加速策略的 LS,在各种参数条件下优化计算这些初始格局,以考察  $k^*, u^*$  参数取值对加速策略效果的影响。

A 组初始格局在无加速策略 LS 下均能成功收敛,因此添加加速策略后,A 组所有格局仍能收敛而

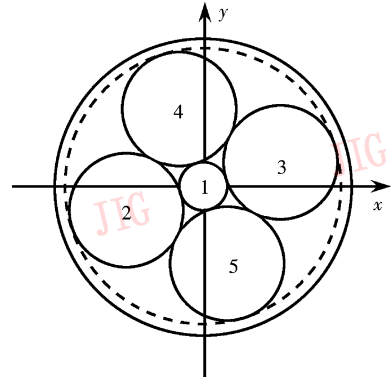


图 2 一个简单算例的最优几何布局  
Fig. 2 The optimum geometric layout of the simple example

无“提前终止”现象,是最理想的。此时若出现“提前终止”,即为错误判断。同样,B 组初始格局在无加速策略 LS 下都不能成功收敛,如果加速策略使得 B 组中所有格局均可“提前终止”,就达到了最佳效果。此时若未能“提前终止”某些格局的计算,即为判断遗漏。误判率和漏判率可以客观评价参数取值的合理性。

表 1 列出了利用相应参数下的加速策略分别计算 A、B 两组初始格局,所出现终止现象的次数。通过这些数据很容易计算每种参数的误判率和漏判率。例如,  $(k^*, u^*) = (100, 10^{-2})$  时,误判率为  $424/500 \times 100\% = 84.8\%$ ,漏判率为  $(500 - 499)/500 \times 100\% = 0.2\%$ ,由于误判率太高,此种取值是不合理的。通过分析比较,当  $(k^*, u^*) = (1000, 10^{-3})$  时,误判率为 1.4%,漏判率为 0.4%,能够发挥加速策略最佳效果。

表 1 不同参数的加速效果

Tab. 1 The acceleration effect with different parameters

$(k^*, u^*)$	A 组	B 组	$(k^*, u^*)$	A 组	B 组
(100, 1)	373	497	(1 000, 1)	0	30
(100, $10^{-2}$ )	424	499	(1 000, $10^{-2}$ )	2	171
(100, $10^{-3}$ )	495	500	(1 000, $10^{-3}$ )	7	496
(100, $10^{-4}$ )	500	500	(1 000, $10^{-4}$ )	22	498
(500, 1)	15	143	(5 000, 1)	0	0
(500, $10^{-2}$ )	65	257	(5 000, $10^{-2}$ )	0	11
(500, $10^{-3}$ )	213	497	(5 000, $10^{-3}$ )	0	37
(500, $10^{-4}$ )	315	499	(5 000, $10^{-4}$ )	1	91

对其他算例,也可按照类似方法确定参数取值。根据作者的实验经验,通常  $(k^*, u^*)$  取为 (1 000,

$10^{-3}$ )能获得很好效果,此时误判率和漏判率均比较低。带加速策略的局部搜索算法比原始算法快 5~10 倍,即相同时间内能够进行 5~10 倍次数的搜索。这样,某算例如果客观上能够放下待置圆,利用带加速策略的局部搜索算法进行计算将更有可能找到问题的解。

### 5 算例分析与比较

下面给出两个带性能约束的圆集布局算例,它们分别在文献[7]~[11]中利用各种启发式算法进行了优化。为了验证本文模型的合理性和算法的有效性,对算例进行了数值计算,并与上述文献提出的算法进行了比较,其中所列计算时间均折算为主频 133MHz 微机上的运行时间。

**算例 1** 引自文献[7],该文采用启发式的模式变换法(MCI)进行布局优化。另外,文献[9]采用人机交互的遗传算法(HCIGA),文献[10]采用带变异算子的粒子群算法(PSOMO),文献[11]采用带局部搜索的粒子群算法(PSOLS)对此算例进行了布局优化。圆形容器半径  $R = 50\text{mm}$ ,旋转角速度  $\omega = 1.0\text{rad/s}$ ,圆形待置物为 7 个。设定不平衡量  $J$  的允许值为  $[\delta_j = 3.4\text{g} \cdot \text{mm}]$ ,待置物的其他数据和布局结果如表 2 所示。表 3 为各算法的计算数据比较。图 3 为文献[10]中 PSOMO 方法的布局结果,图 4 为本文 LS 的布局结果。

**算例 1** 的结果中,在保证动不平衡约束的条件下,外包络圆半径是最小的。计算时间的提高归结于设计的模型中对优化目标函数的特殊处理,以及局部搜索算法的快速收敛性。

表 2 算例 1 的数据及布局结果

Tab. 2 The data and layout results of example 1

序号	待置圆数据		文献[10]布局结果		本文布局结果	
	$r_i$ (mm)	$m_i$ (g)	$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
1	10.0	100.00	14.367	16.453	21.534 9	-3.646 6
2	11.0	121.00	-18.521	-9.560	-20.391 0	-4.311 1
3	12.0	144.00	2.113	-19.730	-10.844 4	16.614 1
4	11.5	132.25	19.874	-4.340	12.646 3	15.933 3
5	9.5	90.25	-19.271	11.241	-7.585 1	-20.821 0
6	8.5	72.25	-3.940	22.157	10.676 2	-19.778 4
7	10.5	110.25	-0.946	2.824	1.053 6	-2.768 3

表 3 算例 1 的布局结果性能比较

Tab. 3 Comparison of the layout results and performances achieved on example 1

计算方法	外包络圆半径 (mm)	不平衡量 ( $\text{g} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^2/\text{s}^2$ )	计算时间 (s)
MCI	32.837	0.102 0	173 5
HCIGA	32.662	0.029 0	100 2
PSOLS	32.230	$7.04 \times 10^{-5}$	< 10
PSOMO	31.985	0.018 2	100 2
LS	31.843	$5.37 \times 10^{-6}$	< 10

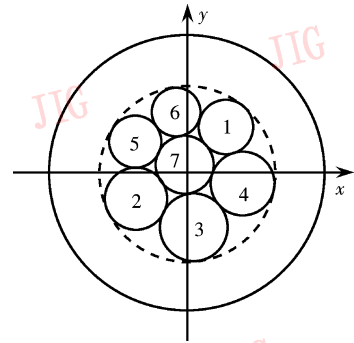


图 3 算例 1 PSOMO 算法几何布局图

Fig. 3 The geometric layout of example 1 with PSOMO

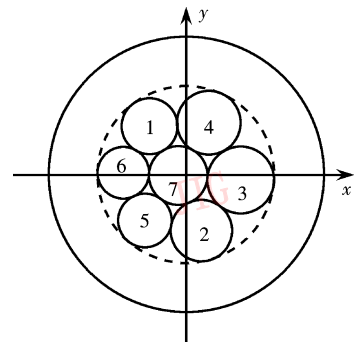


图 4 算例 1 LS 算法几何布局图

Fig. 4 The geometric layout of example 1 with LS

**算例 2** 引自文献[8],该文采用改进的遗传算法(GA)进行布局优化。文献[9]~[11]对此算例也进行了布局优化。圆形容器半径  $R = 880\text{mm}$ ,旋转角速度  $\omega = 1.0\text{rad/s}$ ,有 40 个待置圆形,动不平衡量的允许值为  $[\delta_j = 20\text{kg} \cdot \text{mm}]$ 。待置圆的其他数据和本文的布局结果如表 4 和图 5 所示,图 6 为文献[10]中布局结果,表 5 为各算法的计算数据比较。

数据表明无论是在外包络圆半径、动不平衡量还是计算时间上,本文 LS 算法均优于文献[8]~

[11]中所列算法,特别是外包络圆半径比其他算法少了许多。需要指出的是,按照 LS 需要先确定外包络圆(即容器)半径,然后进行计算。而对于越小的外包络圆,计算会越困难。表 5 中给出 LS 的两种结果,一个是较短时间内计算出的近似解,一个是反复计算所得到的优质解。

表 4 算例 2 待置物有关数据

Tab. 4 The data of example 2

序号	半径 (mm)	质量 (kg)	序号	半径 (mm)	质量 (kg)
1	106	11	21	108	11
2	112	12	22	86	7
3	98	9	23	93	8
4	105	11	24	100	10
5	93	8	25	102	10
6	103	10	26	106	11
7	82	6	27	111	12
8	93	8	28	107	11
9	117	13	29	109	11
10	81	6	30	91	8
11	89	7	31	111	12
12	92	8	32	91	8
13	109	11	33	101	10
14	104	10	34	91	8
15	115	13	35	108	11
16	110	12	36	114	12
17	114	12	37	118	13
18	89	7	38	85	7
19	82	6	39	87	7
20	120	14	40	98	9

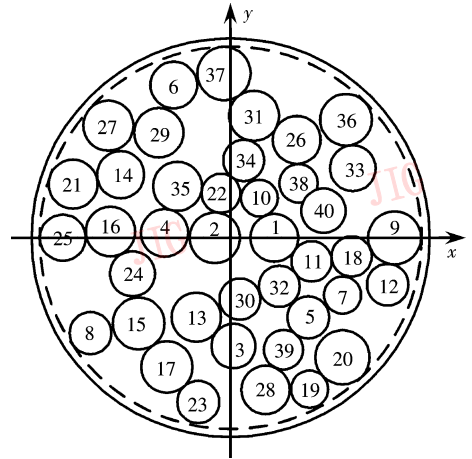


图 6 算例 2 PSOMO 算法几何布局图

Fig. 6 The geometric layout of example 2 with PSOMO

表 5 算例 2 的布局结果性能比较

Tab. 5 Comparison of the layout results and performances achieved on example 2

计算方法	外包络圆 半径(mm)	不平衡量 (kg · mm · rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	计算时间 (s)
GA	874.830	11.395	1 656
HCIGA	870.331	0.006 0	1 358
PSOMO	843.940	0.003 9	2 523
PSOLS	811.806	0.002 0	187
LS (优质解)	800	0.000 7	<10
LS (高速解)	730.150	4.16 × 10 <sup>-5</sup>	3 600

## 6 结 论

约束布局优化可以简化为一类 2 维带平衡约束的圆形布局问题。针对此问题,构造了相应的物理模型,量化了模型的能量函数。通过求取能量函数的极值点便可迅速寻找到满足不干涉条件、动不平衡条件的合法格局。考虑到计算效率,本文并未采用类似遗传、模拟退火等全局优化算法对能量函数优化计算,而是利用传统的最速下降法进行局部搜索。此外,在局部搜索过程中,引入了一种简单有效的加速策略以提高计算效率。通过两个实例,对本文算法与基于各种全局优化算法的布局优化算法进行了比较,仿真结果验证了该算法的有效性。此种思路为求解工程中复杂布局问题提供了一种新途径,可推广应用于圆柱状货物装载、光缆内光纤布局等领域。另外,针对算法容易陷入非零极值点的缺陷,设计更先进的

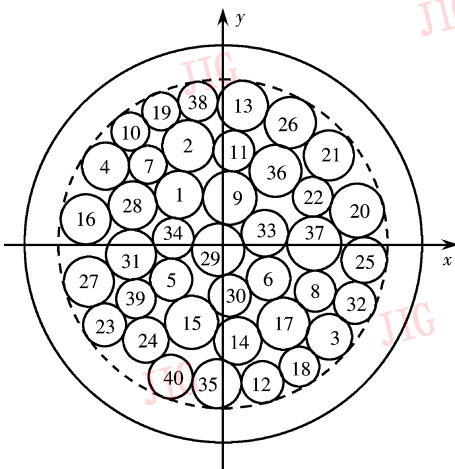


图 5 算例 2 LS 算法几何布局图

Fig. 5 The geometric layout of example 2 with LS

解决方案,以及对加速策略以理论性的证明与分析,是今后工作的方向。

### 参考文献 (References)

- 1 Cagan J, Degentesh D, Yin S. A survey of computational approaches to three-dimensional layout problems [J]. *Computer Aided Design*, 2002, **34**(8): 597 ~ 611.
- 2 Hochbaum D S, Maass W. Approximation schemes for covering and packing problems in image processing and VLSI [J]. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 1985, **1**(32): 130 ~ 136.
- 3 George J A, George J M, Lamar B W. Packing different sized circles into a rectangular container [J]. *European Journal of Operational Research*, 1995, **84**(3): 693 ~ 712.
- 4 Lubachevsky B D, Graham R L. Curved hexagonal packings of equal disks in a circle [J]. *Discrete and Computational Geometry* 1997, **18**(2): 179 ~ 194.
- 5 Huang Wen-qi, Xu Ru-chu. The 2 quasiphysical strategy sustaining to solve circle packing problem [J]. *Science in China (Series E)*, 1999, **29**(4): 347 ~ 353. [黄文奇, 许如初. 支持求解圆形 packing 问题的两个拟人策略 [J]. *中国科学 (E 辑)*, 1999, **29**(4): 347 ~ 353.]
- 6 Huang Wen-qi, Zhan Shu-hao. The quasiphysical algorithm for solving the packing problem [J]. *Acta Mathematica Application Sinica*, 1979, **2**(2): 176 ~ 180. [黄文奇, 詹叔浩. 求解 packing 问题的拟物方法 [J]. *应用数学学报*, 1979, **2**(2): 176 ~ 180.]
- 7 Teng Hong-fei, Sun Shou-lin, Ge Wen-hai, *et al.* Layout optimization for the dishes installed on a rotating table [J]. *Science in China (Series A)*, 1994, **37**(10): 1272 ~ 1280.
- 8 Tang Fei, Teng Hong-fei. A modified genetic algorithm and its application to layout optimization [J]. *Journal of Software*, 1999, **10**(10): 1096 ~ 1102. [唐飞, 腾弘飞. 一种改进的遗传算法及其在布局优化中的应用 [J]. *软件学报*, 1999, **10**(10): 1096 ~ 1102.]
- 9 Qian Zhi-qin, Teng Hong-fei, Sun Zhi-guo. Human-computer interactive genetic algorithm and its application to constrained layout optimization [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2001, **24**(5): 553 ~ 559. [钱志勤, 腾弘飞, 孙治国. 人机交互的遗传算法及其在约束布局优化中的应用 [J]. *计算机学报*, 2001, **24**(5): 553 ~ 559.]
- 10 Li Ning, Liu Fei, Sun De-bao. A study on the particle swarm optimization with mutation operator constrained layout optimization [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2004, **27**(7): 897 ~ 903. [李宁, 刘飞, 孙德宝. 基于带变异算子粒子群优化算法的约束布局优化研究 [J]. *计算机学报*, 2004, **27**(7): 897 ~ 903.]
- 11 Zhou Chi, Gao Liang, Gao Hai-bing. Particle swarm optimization based algorithm for constrained layout optimization [J]. *Control and Decision*, 2005, **20**(1): 36 ~ 40. [周驰, 高亮, 高海兵. 基于粒子群优化算法的约束布局优化 [J]. *控制与决策*, 2005, **20**(1): 36 ~ 40.]